

计及宽频振荡模态能量加权的主动 配电网PMU优化配置方法

黄贤达¹, 王磊¹, 江伟建²

(1. 上海电力大学电气工程学部, 上海市 200090; 2. 国网浙江省嘉兴供电公司, 浙江省嘉兴市 314000)

摘要:【目的】针对高比例构网型分布式电源接入主动配电网引发的次同步宽频振荡问题, 传统基于纯拓扑的同步相量测量装置选址方法存在严重的动态监测盲区, 为此提出一种计及宽频振荡模态能量加权的同步相量测量装置 (phasor measurement unit, PMU) 优化配置方法。【方法】建立含多台虚拟同步发电机的主动配电网高阶非线性微分代数方程模型, 通过提取状态空间矩阵精准筛选高危宽频靶标模态; 进而基于模态特征引导与阻尼比倒数, 构建模态能量加权的费舍尔信息矩阵 (Fisher information matrix, FIM), 实现对节点宽频动态可观测度空间局域化特征的定量评估; 在此基础上, 提出一种融合动态 FIM 得分与静态拓扑增益的改进贪心配置算法, 并引入空间大邻接惩罚机制, 以严格保证量测节点的全局分散性。【结果】在改进的 IEEE 33 节点极限弱环网算例测试表明: 在同等 $K=14$ 的严格投资约束下, 与传统整数线性规划算法及无加权 FIM 算法相比, 所提方法实现了宽频动态能量捕获总量的绝对领先; 针对最恶劣模态的综合可观测度稳定突破安全裕度, 时域重构波形与经验模态分解-希尔伯特黄变换频域积分双重验证了该方法有效消除了传统配置的暂态监测盲区; 在 50 次参数摄动蒙特卡罗测试中, 系统维持了零失效的极高鲁棒性。【结论】所提方法突破了纯拓扑选址的物理局限, 克服了常规全状态算法的低频偏移陷阱, 精准锁定了宽频谐振能量波腹, 在兼顾静态拓扑满秩的同时实现了全频段动态感知的极致鲁棒性, 为新型配电网广域动态监测系统规划提供了严密的理论支撑。

关键词: 主动配电网; 宽频振荡; 同步相量测量装置 (PMU); 费舍尔信息矩阵 (FIM); 优化配置; 鲁棒性

中图分类号: TM72

文献标志码: A

文章编号: 1000-7229(2026)08-0088-13

DOI: 10.12204/j.issn.1000-7229.2026.08.007

Optimal PMU Placement Method for Active Distribution Networks Considering Wideband Oscillation Modal Energy Weighting

HUANG Xianda¹, WANG Lei¹, JIANG Weijian²

(1. Faculty of Electrical Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China; 2. State Grid Zhejiang Electric Power Company Jiaxing Power Supply Branch, Jiaxing 314000, Zhejiang Province, China)

ABSTRACT: [Objective] To address the sub-synchronous wideband oscillation problem caused by the high penetration of grid-forming distributed energy resources in active distribution networks, traditional phasor measurement unit (PMU) placement methods based on pure topology suffer from severe dynamic monitoring blind spots. Therefore, an optimal PMU placement method considering wideband oscillation modal energy weighting is proposed. [Methods] This paper establishes a high-order nonlinear differential-algebraic equation model of an active distribution network containing multiple virtual synchronous generators (VSGs) to accurately screen high-risk wideband target modes by extracting the system state-space matrix. Subsequently, a modal energy-weighted Fisher information matrix (FIM) is formulated based on modal eigenvectors and the inverse of the damping ratio, enabling the quantitative evaluation of the spatial localization characteristics of nodal wideband dynamic observability. Building upon this, an improved greedy placement algorithm integrating dynamic FIM scores and static topological gains is proposed, incorporating a spatial large-adjacency penalty mechanism to strictly ensure the global dispersion of measurement nodes. [Results] Tests on a modified IEEE 33-node extreme weak-ring network demonstrate that, under the strict investment constraint of $K=14$, the proposed method achieves a significant advantage in capturing total wideband dynamic energy compared to traditional integer linear programming (ILP) and unweighted FIM

algorithms. The comprehensive observability for the worst-case mode consistently exceeds the safety margin. Both time-domain reconstructed waveforms and empirical mode decomposition-Hilbert-Huang transform (EMD-HHT) frequency-domain integrations verify that the method effectively eliminates the transient monitoring blind spots inherent in traditional configurations. Furthermore, across 50 Monte Carlo parameter perturbation tests, the system maintains exceptional robustness with zero failures. [Conclusions] The proposed method breaks through the physical limitations of pure topological placement, overcomes the low-frequency bias trap of conventional full-state algorithms, and accurately identifies the antinodes of wideband resonant energy. It achieves superior robustness in full-band dynamic perception while ensuring a full-rank static topology, providing rigorous theoretical support for the planning of wide-area dynamic monitoring systems in next-generation distribution networks.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China(No. 61873159).

KEYWORDS: active distribution network; wideband oscillation; phasor measurement unit (PMU); Fisher information matrix (FIM); optimal placement; robustness

0 引言

在“双碳”目标与构建新型电力系统的宏观背景下,传统被动辐射状配电网正加速向高比例可再生能源与高比例电力电子设备接入的主动配电网(active distribution network, ADN)演进^[1-3]。针对主动配电网的多时间尺度优化调度、储能容量配置、电压协同控制等方面,目前已积累了丰富的研究成果^[4-10]。为提升系统的频率与电压支撑能力,构网型变流器(grid-forming inverter)及虚拟同步发电机(virtual synchronous generator, VSG)技术得到了广泛应用^[11-12]。然而,随着多台构网型设备在配电网中的深度耦合,其多时间尺度控制环路(如功率外环、电压电流内环)与网络阻抗之间极易产生复杂的动态交互,引发覆盖次同步至超同步频段的宽频振荡(wideband oscillation)问题^[13-15]。此类高频弱阻尼振荡不仅威胁设备运行安全,更易引发系统级失稳。因此,在配电网中科学部署高精度、高采样率的同步相量测量装置(phasor measurement unit, PMU),构建广域动态监测系统,已成为捕获暂态特征、抑制宽频振荡的关键前提^[16-18]。

合理的PMU选址配置是实现微电网与主动配电网状态感知与经济投资平衡的核心难题。传统最优PMU配置(optimal PMU placement, OPP)问题多以网络拓扑全观测为主要甚至唯一目标^[19]。大量学者基于图论与节点关联矩阵,采用整数线性规划(integer linear programming, ILP)或启发式算法,研究了考虑零注入节点(zero-injection bus, ZIB)、单台PMU失效($N-1$ 故障)、故障重构、通信通道限制以及微型PMU(μ PMU)投资约束下的最优选址模型^[20-28]。上述方法在稳态状态估计(state estimation, SE)领域取得了显著成效。然而,此类静态拓扑选址理论的底层逻辑是将网络节点预设为“信息等价”的同质测量点,其

本质上仅关注图论层面的连通性,而完全剥离了电力系统的动态阻抗特性与高频非线性动力学特征^[29-30]。在主动配电网中,较高的线路电阻/电抗比(R/X)与变流器的局部强耦合特性,使得宽频振荡能量在空间传播时衰耗剧烈,导致系统动态特征呈现极强的“空间局域化”现象^[14]。若仅依靠拓扑约束进行选址,极易将PMU资源分配至处于高频谐振“波节”区域的拓扑关键节点。在此情形下,即便系统实现了静态拓扑的100%满秩覆盖,其实际量测网络在面临高危宽频模态时,仍将因暂态信噪比过低而陷入严重的“动态失明”状态^[31-33]。此处“空间局域化”的物理本质在于:在具有高 R/X 及变流器局部强耦合的主动配电网中,高频宽频振荡能量在电网阻抗中传播时会发生剧烈的物理衰耗,导致系统的谐振“波腹”仅局限于少数特定节点;而“动态失明”则是指:若测点恰好落入高频能量极低的“波节”盲区,其提取的暂态波动幅值将完全被电网背景噪声淹没,导致广域监测系统完全丧失对该高危模态的有效感知。

为突破纯拓扑选址的盲区局限,部分学者开始关注基于动态观测敏感度的传感器优化布置。在参数辨识与信号处理领域,费舍尔信息矩阵(Fisher information matrix, FIM)因能够通过克拉美-罗下界(Cramér-Rao lower bound, CRLB)严格界定无偏估计的方差极限,被逐步引入电力系统动态传感器的效能评估中^[34-35]。相关文献利用FIM迹或奇异值来量化节点对低频机电振荡模态的观测敏感度,显著提升了广域阻尼控制的鲁棒性。然而,现有基于FIM的动态配置方案仍面临两项严峻挑战:一方面,现有研究多针对输电网中单一、低频的转子运动模态,鲜有文献系统性地提出面向配电网多维高危宽频模态的风险加权机制,难以克服弱阻尼模态的明显监测盲区^[36];另一方面,单纯追求FIM得分最大化极易导致

算法在主导谐振“波腹”区域陷入局部贪婪,引发 PMU 密集扎堆,这不仅造成了严重的硬件投资浪费,更难以满足配电网稳态拓扑全覆盖的基本工程需求^[37]。

针对上述问题,本文提出一种计及宽频振荡模态能量加权的主动配电网 PMU 优化配置方法,旨在兼顾静态拓扑满秩约束的同时,实现系统宽频暂态感知效能的全局最大化。首先,构建含多台构网型 VSG 的主动配电网高阶非线性微分代数方程 (nonlinear differential-algebraic equations, NDAE) 模型,通过提取全域状态空间矩阵,精准解析系统的高风险宽频靶标模态。其次,基于模态特征振型向量与 Cramér-Rao 参数估计理论,构建模态能量加权的 FIM 节点敏感度评估模型;创新性地引入阻尼比倒数构建风险惩罚函数,从数学机理上确保了高危弱阻尼模态的可观测度下界。最后,提出一种融合动态 FIM 得分与绝对拓扑增益的改进贪心配置算法,通过引入空间冗余大邻接惩罚机制与帕累托前沿分析,在数学底层保证了量测节点在空间上的合理分散性。本文基于改进的 IEEE 33 节点极限弱环网系统进行算例验证,采用时域解析暂态重构与经验模态分解-希尔伯特黄变换 (empirical mode decomposition-Hilbert Huang transform, EMD-HHT) 频域积分双重验证机制,定量对比并揭示了所提方法在打破传统 ILP 算法暂态盲区、抵御系统多工况参数大范围摄动方面优异的抗参数摄动能力,为新型配电网状态感知系统的经济高效规划提供了严密的理论与工程支撑。

1 主动配电网小信号建模与宽频振荡模态解析

为精准捕获高比例构网型分布式电源接入诱发的宽频振荡特征,本节首先构建含多台虚拟同步发电机的主动配电网全阶非线性微分代数方程模型,进而基于数值微商法提取系统状态空间矩阵,为多模态能量加权与 PMU 动态选址提供严密的数学物理基础。

1.1 含多台 VSG 的微电网 NDAE 建模

在高比例电力电子化配电网中,系统动态特性由构网型变流器的多时间尺度控制环路和网络潮流方程共同决定。本文研究的系统由 N 个节点构成,其中包含 N_v 台提供电压与频率支撑的 VSG。

为准确表征宽频动态特性,单台 VSG 的模型涵盖了功率测量低通滤波、有功-频率下垂(包含虚拟惯量与阻尼)、无功-电压下垂、电压外环 PI 控制及电流

内环 PI 控制。以第 k 台 VSG 为例,其内部的 9 阶非线性状态变量可定义为 $\mathbf{x}_k = [\delta, \omega, E, P_m, Q_m, \phi_d, \phi_q, \gamma_d, \gamma_q]^T$ 。其具体的非线性微分环节可精细化描述为:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega_b(\omega - 1.0) \\ \dot{\omega} = \frac{1}{M} [P_{\text{ref}} - P_m - D_p(\omega - 1.0)] \\ \dot{P}_m = \omega_c(P_e - P_m) \\ \dot{Q}_m = \omega_c(Q_e - Q_m) \\ \dot{\phi}_{dq} = V_{\text{ref},dq} - V_{dq} \\ \dot{\gamma}_{dq} = I_{\text{ref},dq} - I_{dq} \end{cases} \quad (1)$$

式中: δ 和 ω 分别为虚拟功角与转速; M 和 D_p 为虚拟惯量与有功阻尼系数; P_m 与 Q_m 为经截止频率 ω_c 滤波后的测量功率; ϕ_{dq} 与 γ_{dq} 分别为电压外环与电流内环的积分状态变量; $V_{\text{ref},dq}$ 与 V_{dq} 分别为 dq 坐标系下的电压参考向量与测量反馈向量; $I_{\text{ref},dq}$ 与 I_{dq} 分别为 dq 坐标系下的电流参考向量与测量反馈向量。

虽然单机模型具有上述高阶强非线性特征,但在构建全网模型时,考虑到多机间的深度电气耦合,为便于全局稳定性分析,可将全网 N_v 台设备的内部状态与 N 个节点的电压幅值 V 、相角 θ 统一抽象为 NDAE 紧凑形式:

$$\begin{cases} \mathbf{x} = f(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{0} = g(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{u}) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}$ 为全网系统状态向量; $f(\cdot)$ 为全系统连续可微非线性函数; $g(\cdot)$ 为节点导纳网络功率平衡代数约束函数; $\mathbf{u}$ 为系统的外部参数输入向量。

其中,代数约束函数 $g(\cdot)$ 具体映射了配电网各节点的有功与无功潮流平衡关系。对于网络中的任意节点 $i(i \in \{1, 2, \dots, N\})$,其功率平衡代数方程可显式展开为:

$$\begin{cases} 0 = P_{\text{inj},i}(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) - V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ 0 = Q_{\text{inj},i}(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) - V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $P_{\text{inj},i}$ 与 $Q_{\text{inj},i}$ 分别为节点 i 注入的有功与无功功率; V_i 与 V_j 分别为节点 i 与 j 的电压幅值; θ_{ij} 为节点间的相角差; G_{ij} 与 B_{ij} 分别为节点间的电导与电纳。

1.2 全系统状态空间矩阵的数值微商提取

由于极限弱环网下节点众多且 VSG 耦合极其紧密,若采用解析法推导全域雅可比矩阵,不仅过程繁琐且极易引入方程截断误差。为获取最高精度的小信号动态特征,本文在系统严密稳态平衡点 $(\mathbf{x}_0, \mathbf{V}_0, \boldsymbol{\theta}_0)$ 处,采用数值微商法提取全域状态空间

矩阵 $\mathbf{A}_{\text{sys}}$ 。

定义系统的广义增广状态向量为 $\mathbf{X}_{\text{aug}} = [\mathbf{x}^T, \boldsymbol{\theta}^T, \mathbf{V}^T]^T$ 。对 $\mathbf{X}_{\text{aug}}$ 中的第 i 个状态变量施加微小扰动 ε , 通过计算节点功率与状态微分的偏导数, 严格构建广义雅可比矩阵:

$$\mathbf{A}_{\text{sys}}(:, i) = \frac{\mathbf{F}(\mathbf{X}_{\text{aug}, 0} + \varepsilon \mathbf{e}_i) - \mathbf{F}(\mathbf{X}_{\text{aug}, 0})}{\varepsilon} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{F}(\cdot)$ 为系统增广微分代数联立方程; $\mathbf{e}_i$ 为第 i 个元素为1, 其余为0的单位列向量; 扰动步长 ε 取 10^{-6} 以保障泰勒展开的一阶截断精度。

为验证数值微商法在强耦合高阶矩阵中的可靠性, 本文在提取雅可比矩阵前进行了严格的稳态残差校验, 系统最大不平衡残差控制在 4.71×10^{-9} 级别, 远低于扰动步长 $\varepsilon = 10^{-6}$ 。依据泰勒展开一阶截断误差理论, 该步长在避免浮点数下溢 (round-off error) 的同时, 将截断误差严格限制在 $\mathcal{O}(\varepsilon^2) \approx 10^{-12}$ 量级。进一步地, 所提取的状态矩阵 $\mathbf{A}_{\text{sys}}$ 共轭特征根实部均小于零, 且主导模态频率分布于 5~15 Hz 频段, 与变流器控制延时及低通滤波带宽引发的次同步谐振物理机理高度吻合, 充分印证了该高阶状态空间矩阵提取的精确性。

基于上述构建的高阶 NDAE 全系统状态矩阵 $\mathbf{A}_{\text{sys}}$ 可以发现, 主动配电网的宽频模态分布特征高度依赖于构网型设备的底层控制参数。从物理机理剖析, 变流器电流内环 PI 增益 (如 $K_{\text{pc}}, K_{\text{ic}}$) 与网侧线路阻抗的强非线性耦合, 是诱发中高频段谐振的主导诱因; 而外环虚拟惯量 M 与有功阻尼 D_p 的时变漂移, 则直接决定了低频机电模态的衰减率。随着多台多类型构网设备的接入, 这种跨时间尺度参数的随机扰动与空间交互, 将导致系统闭环极点在复平面内发生剧烈且难以预测的漂移, 进而诱发致命宽频谐振“波腹”在电网拓扑中的空间转移。这一底层物理特性决定了面向传统被动配电网的单一静态拓扑观测模型已彻底失效, 必须构建基于宽频动态特征与高危模态靶向跟踪的传感资源优化配置新框架。

1.3 宽频振荡关键靶标模态筛选与解析

获取系统状态空间矩阵 $\mathbf{A}_{\text{sys}}$ 后, 对其进行特征值分解:

$$\mathbf{A}_{\text{sys}} \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Lambda} \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ 为特征值对角阵; $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\phi}_1, \boldsymbol{\phi}_2, \dots, \boldsymbol{\phi}_n]$ 为对应的右特征向量矩阵。矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 中的元素物理意义极为重要, 其直接映射了各节点状态变量在特定模态下的“振型参与度幅值”。

对于复数共轭特征根 $\lambda_i = \sigma_i \pm j\omega_i$, 其对应的物理振荡频率 f_i 与阻尼比 ξ_i 分别定量定义为:

$$\begin{cases} f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \\ \xi_i = \frac{-\sigma_i}{\sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2}} \end{cases} \quad (6)$$

在面临未知工况与大扰动扰动时, 中高频且弱阻尼的宽频模态极易跨越虚轴导致系统局部或全局失稳。为实现对高危次同步谐振的高效预警, 本文设置严格的定量筛选约束, 锁定满足 $f_i > 5 \text{ Hz}$ 且 $\xi_i < 40\%$ 的高风险模态集合, 将其作为后续动态 Fisher 信息敏感度计算与 PMU 空间选址优化的重点监测靶标。在筛选靶标模态时, 本文设定 $f_i > 5 \text{ Hz}$ 且 $\xi_i < 40\%$ 。其依据在于: 传统机电振荡频率通常低于 2.5 Hz, 而 5 Hz 以上频段主要由变流器控制环节与网络电气参数交互引发 (即次同步宽频振荡); 此外, 参考行业对构网型设备稳定性的导则要求, 阻尼比低于 40% 的模态在遭受大扰动时极易发生衰减极慢的持续振荡, 属于必须重点监测的高危边界模态。

2 基于模态能量加权与 FIM 的动态可观测性量化

传统 PMU 选址方法多以网络拓扑全覆盖为唯一约束, 将各节点视为信息等价的同质测量点。然而, 在主动配电网多机耦合与极限弱环网场景下, 宽频振荡谐振能量在系统空间内呈现极强的不均匀分布特征。为此, 本节引入 FIM 与模态阻尼加权理论, 建立面向宽频动态特征的节点敏感度量化评估模型。

2.1 宽频振荡特征振型与观测敏感度映射

根据第1章求得的系统全域状态空间矩阵 $\mathbf{A}_{\text{sys}}$ 及其右特征向量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$, 系统在受到小扰动时的暂态时域响应可表示为各阶模态的线性叠加。其中, 右特征向量 $\boldsymbol{\phi}_m$ 严格表征了第 m 阶模态在状态空间各维度的相对参与程度, 即“模态振型 (mode shape)”。

在微电网 PMU 实际量测中, 其直接获取的物理量为配电网各节点的电压幅值 $\mathbf{V}$ 与相角 $\boldsymbol{\theta}$ 。对于节点 i , 其对特定第 m 阶靶标模态的动态观测敏感度, 可由该节点电压与相角在对应模态下的振型幅值进行解析映射。基于参数估计与信号处理理论, 定义单台 PMU 安装于节点 i 时, 针对第 m 阶模态的局部 Fisher 信息矩阵迹 (FIM trace) 为:

$$F_{\text{FIM}, i, m} = |\boldsymbol{\phi}_{\theta, i, m}|^2 + |\boldsymbol{\phi}_{V, i, m}|^2 \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\phi}_{\theta, i, m}$ 与 $\boldsymbol{\phi}_{V, i, m}$ 分别为第 m 阶右特征向量中, 对应节点 i 相角与电压幅值状态变量的复数元素。该指标从物理意义上量化了节点 i 在该频段下所能捕获的复合振荡能量绝对幅值。从参数估计理论与 CRLB 的物理意义剖析, FIM 的迹严格反映了测量节

点对系统状态参数估计精度的总体信息贡献量。其值越大,意味着该节点提取的暂态波形所包含的模态特征越丰富,状态估计的理论方差越小,从而在工程上为广域测量系统(wide area measurement system, WAMS)的抗噪能力提供了最高层级的数学保障。

2.2 计及弱阻尼风险的模态能量加权评估

实际运行中,不同宽频靶标模态引发系统失稳的风险差异显著。阻尼比 ξ_m 越低的模态,其暂态包络衰减越慢,对系统边界稳定性的威胁越大,理应在PMU监测资源分配中占据更高的权重。

为克服单一模态FIM无法统筹系统全局风险的缺陷,本文提出一种基于阻尼倒数的模态能量加权评估方法。针对筛选出的 K_i 个高危靶标模态($f > 5 \text{ Hz}$, $\xi < 40\%$),定义节点 i 的综合动态可观测度(即加权FIM得分) O_i 为:

$$O_i = \sum_{m=1}^{K_i} W_m \cdot F_{\text{FIM},i,m} = \sum_{m=1}^{K_i} \frac{1}{\xi_m + \epsilon} (|\phi_{\theta,i,m}|^2 + |\phi_{V,i,m}|^2) \quad (8)$$

式中: W_m 为第 m 阶模态的风险加权因子,呈现与阻尼比负相关的非线性渐近极化特性,阻尼越弱其观测权重越大; ϵ 为极小常数,取 10^{-4} ,用于防止系统处于零阻尼临界失稳状态时引发数值奇异。本文之所以选取阻尼比倒数($1/\xi$)而非其他常规线性或多项式形式构建惩罚函数,在于其完美映射了二阶系统小信号稳定性的“极点渐近发散”物理机制。依据系统自由响应包络线衰减式 $e^{-\xi\omega_n t}$,当模态阻尼比 $\xi \rightarrow 0$ 时,系统穿越虚轴发生持续发散振荡的暂态能量趋于无穷大。此时,采用倒数形式能够使该模态的监测权重在临界失稳边界处呈现剧烈的数值极化(singularity),从而在数学底层强制引导算法将全部监测资源向高危边界倾斜,避免算法陷入局部最优。

2.3 宽频动态观测敏感度的空间局域化机理与纯拓扑选址局限性

在传统大电网的小信号分析中,低频机电振荡(0.1~2.5 Hz)通常呈现大范围的全局耦合扩散。然而,在具有高 R/X 及逆变器局部强耦合特征的主动配电网(特别是极限弱环网场景)中,高频宽频振荡($> 5 \text{ Hz}$)能量在空间传播时存在显著的网络阻尼衰减,导致系统的宽频动态特性呈现出极强的“空间局域化(spatial polarization)”与非均质分布特征^[38]。

从模态特征向量映射的角度剖析,全网各节点的加权动态可观测度 O_i 存在数量级差异。高FIM得分的节点具有极高的模态观测敏感度(即振型幅值集中区,物理上类比为谐振“波腹”),具备极高的暂态高频感知增益;而低FIM得分的节点则处于模态可观测度极低的“波节”区域,其暂态特征向量幅值极

小,其暂态波动的幅值极小,几乎被网络物理阻尼所淹没。

这一底层非均质物理特性,从根本上揭示了传统纯拓扑量测规划理论应对新型电力系统宽频振荡时的局限性。经典的最小化PMU配置问题通常基于0-1整数线性规划(ILP)构建,其核心约束仅为依靠节点邻接矩阵 A 实现静态拓扑满秩。ILP模型在数学基底上将配电网各节点预设为“信息等价”的同质测量点,完全剥离了系统的动态阻抗特性与非线性模态分布。若仅依此理论进行决策,极易将有限的PMU资源分配至拓扑度数较高,但动态可观测度 $O_i \approx 0$ 的物理“波节”节点。在此情形下,即便系统在图论层面实现了100%全局覆盖,其实际物理量测网络在应对高风险宽频模态时,仍将因暂态信噪比过低而陷入严重的“不可观”状态。

因此,面向高比例构网型设备的配电网,亟需突破单一拓扑覆盖的局限,构建一种兼顾动态频域感知能力最大化与静态拓扑可观测的双重选址寻优机制。

3 计及动态敏感度与拓扑约束的改进贪心配置算法

如前文所述,面向主动配电网的宽频振荡监测,若仅以系统全网拓扑可观测为目标,将导致严重的动态监测盲区;而若单纯追求加权FIM得分最大化,则易引发PMU在高频谐振“波腹”区域过度扎堆,不仅造成量测设备投资浪费,亦无法满足配电网常规的稳态状态估计拓扑全覆盖需求。为此,本章提出一种融合宽频动态敏感度与拓扑增益的改进贪心配置算法。

3.1 宽频动态与静态拓扑融合的综合评价指标

在配电网PMU实际量测中,单台设备通常具备多通道同步相量测量能力,即安装于节点 i 的PMU不仅能获取该节点的电压相量,还可通过量测各支路电流,利用基尔霍夫定律间接解算出与其直接相邻的节点电压相量。

定义配电网的布尔型广义邻接矩阵为 $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 。若节点 i 与节点 j 之间存在直接物理支路连接或 $i=j$,则 $A_{i,j}=1$,否则 $A_{i,j}=0$ 。定义系统在第 t 次寻优迭代时的未观测节点状态向量为 $U^{(t)} \in \{0,1\}^N$,其中 $U_j^{(t)}=1$ 表示节点 j 尚未被任何PMU覆盖。

对于任意候选安装节点 i ,其在第 t 次迭代时能带来的绝对静态拓扑增益(即新覆盖的未观测节点数

量) $\Delta N_i^{(t)}$ 定义为:

$$\Delta N_i^{(t)} = \sum_{j=1}^N A_{i,j} U_j^{(t)} \quad (9)$$

为实现拓扑需求与动态感知能力的双重寻优,构建动态与静态相融合的综合评价指标 $C_i^{(t)}$:

$$C_i^{(t)} = O_i^{(t)} \cdot \Delta N_i^{(t)} \quad (10)$$

式中: $O_i^{(t)}$ 为节点 i 在当前迭代步的加权动态可观测度(即加权FIM得分)。该乘法构造具有极其严格的“一票否决”物理约束特性:若候选节点 i 无法为系统带来任何未观测节点的拓扑增益(即 $\Delta N_i^{(t)} = 0$),则其综合得分 $C_i^{(t)}$ 强制归零,从而在根本上杜绝了无效的拓扑冗余配置。

3.2 计及信息重叠的空间冗余惩罚机制

由于配电网物理拓扑的连续性,空间上紧密相邻的节点在遭受宽频大扰动时,其电压暂态波形与振型响应往往具有极高的相关性与余弦相似度。若仅根据综合指标 $C_i^{(t)}$ 贪心寻优,算法仍可能倾向于在同一高危谐振波腹内连续布点,导致动态量测信息的深度重叠与边际效益递减。

为打破局部聚集效应并确保PMU节点的全局空间分散性,本文引入大邻接惩罚系数 β ($\beta \in (0, 1)$),构建动态空间冗余惩罚机制。假设在第 t 次迭代中,节点 i^* 被选为最优PMU接入点,则针对其所有物理拓扑覆盖邻域内的节点 $j \in \mathcal{N}(i^*)$,其宽频动态敏感度进行如下强制衰减更新:

$$O_j^{(t+1)} = (1 - \beta) O_j^{(t)}, \quad \forall j \in \mathcal{N}(i^*) \quad (11)$$

式中: $\mathcal{N}(i^*)$ 表示节点 i^* 及其相邻节点的集合;在本文算法设计中,为保证强力的空间离散约束, β 设定为大惩罚常数(本文取 $\beta = 0.4$)。该机制的物理实质在于:一旦某高危谐振波腹区域已被一台PMU有效监视,该区域内其余节点提供“全新动态高频信息”的价值将受到40%的惩罚性衰减(即仅保留原量测价值的60%),从而迫使算法在下一次迭代中将搜索视野转向次级谐振波腹或拓扑盲区。

大邻接惩罚系数 β 决定了算法在局部深度感知与全局拓扑扩散之间的搜索倾向。为确定最佳惩罚系数,本文在步长 $\Delta\beta = 0.1$ 下进行了灵敏度扫描,得到系统配置PMU数量与单台动态捕获效率的帕累托前沿(Pareto front)分析结果,如图1所示。

定量分析表明,当 $\beta \leq 0.3$ 时,惩罚力度偏弱,算法为了贪婪追逐高频动态敏感度,容易在极少数最强波腹区域发生监测资源的大量重叠。这种局部聚集导致拓扑扩散效率低下,为了最终满足全网100%静态可观测的底线约束,算法不得不额外增加边缘测点,导致总配置数量反而上升($K = 15$),且单台平

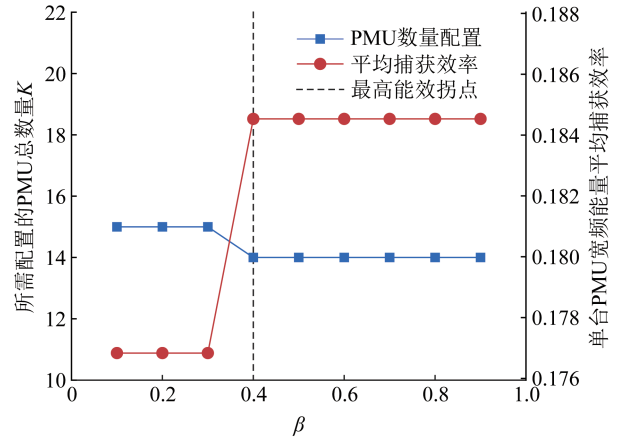


图1 不同 β 取值下的 Pareto 前沿折线

Fig. 1 Pareto front curves under different β values

均动态捕获效率衰减至极小值(约0.177)。

当 $\beta \geq 0.4$ 时,适度的惩罚力度成功打破了局部聚集效应,迫使算法向次优波腹与拓扑盲区均匀扩散。此时,单台PMU宽频能量平均捕获效率收敛于全局极值(0.1845),且硬件投资被精准压缩至最优区间($K = 14$)。值得注意的是,由于33节点配电网系统规模较小且静态拓扑约束极为刚性,当 β 进一步增大时,系统的最优配置集进入饱和稳定区。因此,本文选取进入最优状态的临界点 $\beta = 0.4$ 作为惩罚系数,在数学与物理上实现了观测效能最大化与经济冗余最小化的最佳平衡。

3.3 改进贪心寻优算法求解流程

结合上述综合评价指标与大邻接惩罚机制,本文提出了一种融合拓扑约束与动态感知增益的改进贪心配置算法。该算法的具体求解步骤设计如下,其完整寻优流程如图2所示。

步骤1:参数初始化。输入配电网导纳矩阵获取邻接矩阵 A ;根据第1、2章提取各节点初始加权动态可观测度向量 $O^{(0)}$;初始化全网未观测向量 $U^{(0)} = \mathbf{1}_{N \times 1}$;初始化PMU最优配置集合 $S = \emptyset$;迭代次数 $t = 0$ 。

步骤2:拓扑约束与死循环判定。判断全网是否已实现完全观测。若 $\sum U_j^{(t)} = 0$,则表明全网已实现100%静态拓扑覆盖,算法终止并输出集合 S ;否则,进入步骤3。

步骤3:综合得分计算。针对当前所有未安装PMU的候选节点 $i \notin S$,依次计算其绝对拓扑增益 $\Delta N_i^{(t)}$ 与综合评价指标 $C_i^{(t)}$ 。

步骤4:最优节点锁定。选取当前综合得分最高的节点作为最优接入点,即 $i^* = \arg \max (C_i^{(t)})$ 。将 i^* 并入配置集合 $S = S \cup \{i^*\}$ 。

步骤5:系统状态更新与惩罚。根据节点 i^* 的量测范围,更新未观测状态向量,将被覆盖的节点置为

0;同时触发空间冗余惩罚机制,按前述公式对邻域节点施加系数为 β 的大邻接惩罚,获取新的动态敏感度向量 $\mathbf{O}^{(t+1)}$ 。

步骤 6:迭代循环。令 $t = t + 1$,返回步骤 2,直至满足全局观测收敛条件。

在寻优性能方面,遗传算法(genetic algorithm, GA)、粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)等启发式算法具备全局搜索框架,但针对节点状态呈 0-1 离散分布的 PMU 选址问题(典型 NP-Hard 组合优化问题),元启发式算法面临严重的“维数灾”与极高的超参数调优敏感性。本文所构建的综合评价指标 $C_i^{(t)}$ 在引入大邻接惩罚后,严格满足运筹学中的“子模函数(submodular function)”的边际效益递减单调属性。根据 nemhauser 子模最大化理论^[39],本文改进贪心算法在 $\mathcal{O}(N^2)$ 的多项式极短计算时间(毫秒级)内,即可在数学上严格保证获得不低于理论全局最优解 $(1 - 1/e) \approx 63.2\%$ 的近似下界,完美兼顾了大规模配电网离线规划的高效求解与全局近似解的可靠性。

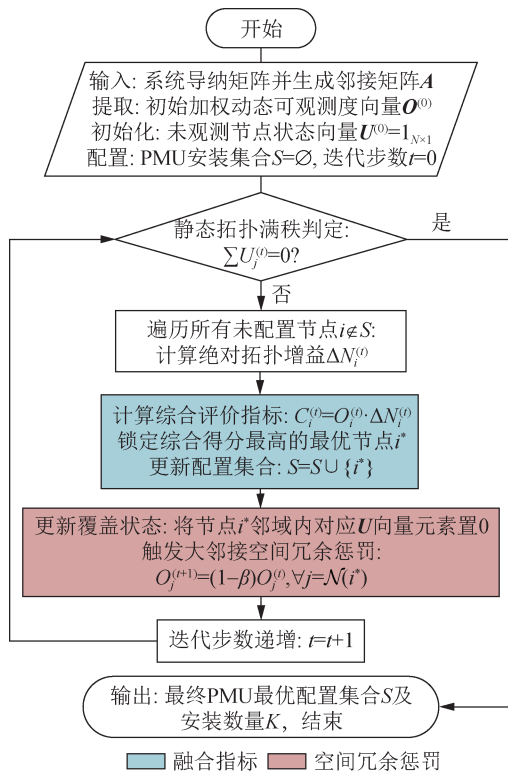


图 2 改进贪心配置算法求解流程图

Fig. 2 Flowchart of the improved greedy placement algorithm

3.4 算法计算复杂度与工程扩展性分析

传统 ILP 算法本质上属于 NP-Hard 的组合优化问题,在最劣情况下的时间复杂度呈指数级 $\mathcal{O}(2^N)$,当配电网规模扩展至上百节点(如 IEEE 118 或真实省级配网)时,极易面临“维数灾”引发的组合爆炸,

导致计算耗时呈指数级激增,难以在实际工程允许的有效时间内收敛。相比之下,本文所提改进贪心算法的单步评估复杂度为 $\mathcal{O}(N)$,全局寻优的最劣时间复杂度被严格控制在多项式级别 $\mathcal{O}(N^2)$ 。在本文的 IEEE 33 节点基础算例中,该算法的平均收敛时间仅为毫秒级。为进一步严密论证该多项式复杂度在超大规模网络中的降维优势,本文将在第 4.6 节引入 IEEE 118 节点系统进行定量的规模化测速验证。总体而言,本文算法严格满足子模最大化理论,不仅在数学上保证了逼近全局最优的下界,更在计算效率上具备向大规模、超大规模广域主动配电网在线动态选址扩展的卓越工程潜力。

4 仿真验证与分析

4.1 仿真系统参数与测试场景设定

为验证本文所提计及宽频动态特征的 PMU 优化配置算法的有效性,基于改进的 IEEE 33 节点主动配电网,在 MATLAB R2019a 软件环境下搭建了小信号分析与暂态重构测试平台。考虑到高比例新能源接入的演进趋势,将传统被动辐射状网络改造为主动配电网极限弱环网拓扑(闭合 18—33 与 25—29 联络线)。改进后的系统网络拓扑及 VSG 空间分布如图 3 所示。本文所有底层状态空间矩阵的数值提取、算法寻优求解以及暂态时域解析重构,均依托搭载 AMD Ryzen 7 4800H 处理器的硬件计算平台运行完成。

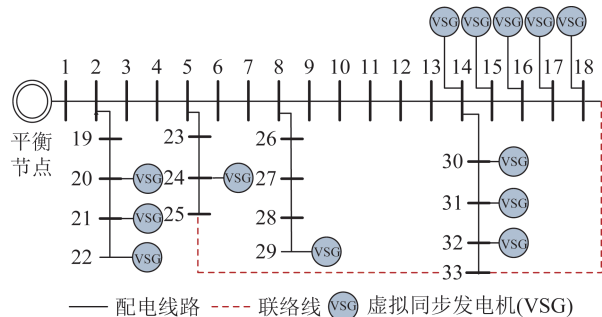


图 3 改进的 IEEE 33 节点主动配电网拓扑与 VSG 接入分布

Fig. 3 Topology of the modified IEEE 33-node active distribution network and the spatial distribution of VSGs

系统于节点集合 $\{14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 29, 30, 31, 32, 33\}$ 处共接入 15 台构网型虚拟同步发电机,以零功率热备用模式运行提供暂态宽频阻尼支撑。VSG 核心控制参数如表 1 所示。

通过数值微商法提取全系统 201×201 阶状态空间矩阵 $\mathbf{A}_{\text{sys}}$,经特征值分解共锁定 6 个阻尼比偏低($\xi < 40\%$)、频率属于中高频段($f > 5$ Hz)的高风险宽频振

表 1 VSG 核心控制参数表
Table 1 Key control parameters of VSGs

参数	设定数值
虚拟惯量时间常数 M/s	0.1
有功-频率阻尼系数 $D_p/p.u.$	20
功率测量低通滤波截止频率 $\omega_c/(rad/s)$	314
电压外环 PI 增益 K_{pv}/K_{iv}	1/100
电流内环 PI 增益 K_{pi}/K_{ic}	1.2/200
变流器出口高频滤波电阻 $R_f/p.u.$	0.05

荡模态作为 PMU 监测靶标。

4.2 宽频动态可观测性空间分布与配置结果对比

提取 6 个靶标模态的右特征向量,结合模态阻尼比构建加权 FIM。图 4 展示了极限弱环网拓扑下,宽频振荡谐振能量的全域空间分布情况。

由图 4 可知,系统的宽频动态可观测度在空间上呈现极强的不平衡性。节点 22、16、20、24 等区域处于高频能量高度聚集的“波腹”,而节点 1—7 等边缘节点则陷入谐振能量极低的“波节”盲区。

为客观验证本文所提“阻尼倒数强偏置加权”机制的真实物理增益,并严格排除由于 PMU 数量差异带来的硬件物理增益干扰,本节在同等配置数量($K=14$)的严格投资约束下,引入“传统纯拓扑 ILP 算法”与常规的“全状态无加权 FIM 算法”作为基准,构建严密的消融实验(ablation study)。

三种算法的最优配置结果如表 2 所示。对比结果揭示了一个极具工程价值的现象:在同等 $K=14$ 的

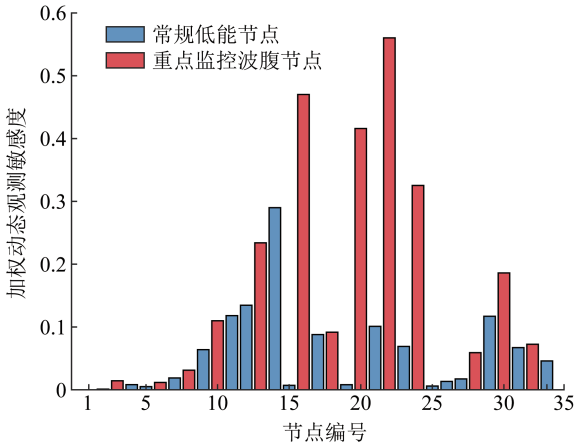


图 4 弱环网拓扑下的宽频振荡谐振能量空间分布
Fig. 4 Spatial distribution of wideband oscillation resonant energy under the weak ring network topology

高覆盖率下(约 42%),三种算法均客观识别出了系统拓扑的“绝对骨干节点”(如节点 2、3、24)。然而,真正的暂态感知差异体现在对动态特征的聚焦机制上。

常规的无加权 FIM 算法旨在最大化系统全部 201 阶状态的综合可观测度。由于缺乏高频靶向筛选机制,其为了兼顾全系统海量的高能量、低频安全模态,陷入了严重的“低频能量偏移陷阱”,将宝贵的 PMU 资源大量分散至全网,在真正致命的高频模态爆发区防守空虚。相比之下,本文算法不仅提前锁定了 6 个高危宽频靶标,更在此基础上利用阻尼倒数进行微观层面的“不对称资源调拨”,主动放弃了绝对安全边界内的冗余度,将测点精准钉在宽频谐振的绝对波腹中心(如节点 22),从而截获了极高的宽频动态能量。

表 2 三种算法的最优配置
Table 2 Quantitative performance comparison of three placement schemes under the same investment constraint

核心对比 评估维度	硬件投资数 量约束 K	静态拓扑可观测 覆盖率/%	最优 PMU 接入 节点集合	最恶劣弱阻尼模 态综合可观测度	单台 PMU 最大 感知能量(HHT)	阵列广域捕获 总能量(HHT)
传统 ILP 算法方案	14	100	2,3,5,6,8,10,13,16, 21,24,27,29,30,33	濒临失明(极低)	0.078 1	0.328 0
常规全状态无加权 FIM 算法	14	100	2,3,6,8,11,14,17,19, 21,22,24,27,29,32	0.539 5	0.055 0	0.385 2
本文计及能量加权 贪心方案	14	100	2,3,6,8,10,13,16,18, 20,22,24,28,30,32	0.551 1	0.092 3	0.904 9

4.3 模态级监测盲区突破与暂态极限感知波形验证

为探究不同算法在多维特征下的量测效能,对比分析三种方案在各高危靶标模态下的综合观测度,对比结果如图 5 所示。

图 5 表明传统 ILP 算法(灰柱)受限于纯拓扑驱动力的无靶向性,其由于均匀撒网的拓扑特性,虽

偶然在模态 5/6 获得了较高的观测度,但在模态 1/2 处却发生严重失明,方差极大,无法提供全频段稳定兜底;无加权 FIM(蓝柱)受制于低频模态的资源稀释,在面对高危的模态 1—6 靶标频段时,全线处于劣势;而本文加权方案(红柱)实现了最劣工况下的稳健保障,将所有致命模态的综合观测度稳定拔高至安全裕度(0.05)之上,彻底消灭

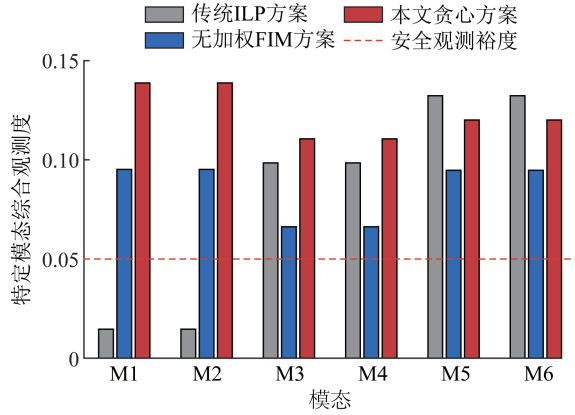


图 5 各高危振荡模式下的配置方案综合观测度对比

Fig. 5 Comparison of the comprehensive observability of placement schemes under different high-risk oscillation modes

了盲区。

为直观验证上述差异在实际系统中的物理映射,本文提取最恶劣模式进行靶向时域小扰动激发(见图6)。为贴近现代广域测量系统的实际运行逻辑,本文提取该选址方案下所有配置节点所采集到的暂态电压波动时序序列,通过计算阵列均方根(root mean square, RMS)幅值,合成了反映全局振荡强度的“广域等效暂态感知信号”。

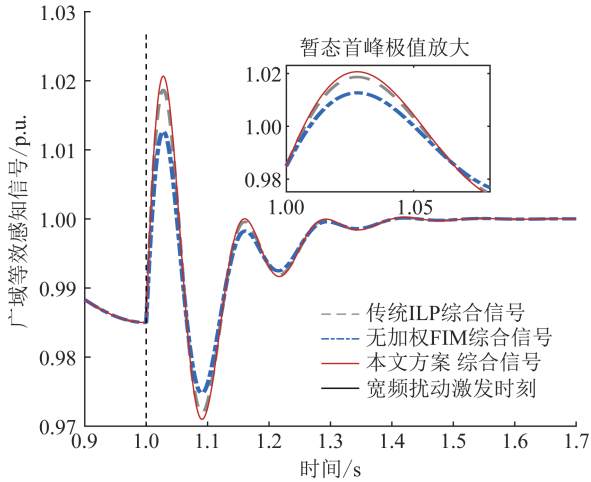


图 6 基于主导模式特性的PMU暂态极限感知波形对比

Fig. 6 Comparison of PMU transient extreme perception waveforms based on dominant mode characteristics

结果显示,无加权FIM算法(蓝线)因监测资源过度分散于全系统海量的低频安全模式,导致在应对本次高危扰动时,测点阵列的总信号感知强度严重受限;传统ILP方案(灰线)虽凭借高密度的测点基数被动捕捉到了部分暂态波动,但因缺乏靶向聚焦,其峰值提取能力依然受到波节盲区的拉扯稀释;而本文加权方案(红线)得益于对高危谐振波腹的精准资源倾斜,在扰动爆发的暂态首峰处,合成了绝对

振幅最高、响应最敏锐的广域等效感知信号。值得强调的是,这看似微小的极限振幅增益(约0.002 p.u.),在物理学上意味着暂态信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)的跨越式改善。在强底噪的实际配电网工程环境中,广域阻尼控制器为防误动通常设有死区(deadband)。这一振幅增益能够保障宽频暂态特征信号先于系统发散,提前击穿控制器的死区防线,正是决定广域阻尼系统能否突破环境噪声、被成功唤醒的关键触发阈值。

4.4 基于改进EMD-HHT算法的宽频能量捕获性能量化

需要声明的是,EMD-HHT算法并非本文选址理论的核心,而是作为一种高精度的频域测评工具,用于从第三方信号处理视角,客观验证图6中暂态波形在真实物理世界中的宽频能量截获水平。

为从频域维度严格量化上述暂态感知差异,本文提取图6中最恶劣靶标模式激发工况下的广域等效暂态感知信号序列,将其送入EMD-HHT算法模型中^[40],提取纯宽频能量积分。考虑到解析重构波形具有极高的纯净度与非平稳瞬态特征,常规EMD算法易陷入局部极值搜索失效与模式混叠陷阱。为此,本文在时域交流波动信号 $v_{ac}(t)$ 中注入极微弱的高频白噪声(dithering)以激活EMD筛分过程,将其分解为若干本征模态函数(intrinsic mode function, IMF)。

对第 k 阶 $IMF_k(t)$ 进行Hilbert变换,构造解析信号并提取其瞬时幅值 $a_k(t)$ 与瞬时相角 $\theta_k(t)$,进而求得瞬时频率 $f_k(t)$ 。为规避瞬态突发振荡信号在平滑区间的频率拉低效应,本文提出采用能量加权平均频率 $\bar{f}_{k,w}$ 作为频带筛选判据:

$$\bar{f}_{k,w} = \frac{\int_0^T f_k(t) \cdot a_k^2(t) dt}{\int_0^T a_k^2(t) dt} \quad (12)$$

该判据能够确保剧烈振荡区段主导频率特征。设定宽频监测阈值 $f_{th} = 5$ Hz,构建具有高频精准拦截特性的宽频模态能量积分函数 E_{mode} 。

$$\begin{cases} E_{mode} = \sum_k \left[\int_0^T a_k^2(t) dt \right] \\ \text{s.t. } \bar{f}_{k,w} \geq f_{th} \end{cases} \quad (13)$$

需要指出的是,由于原始信号提取自系统标么化电压,此处求得的频域能量积分为反映相对振荡强度的无量纲数值。

将图6中三种方案截获的广域等效暂态感知信号序列送入上述改进EMD-HHT量化模型,提取纯宽频模态能量积分,定量对比结果如图7所示。

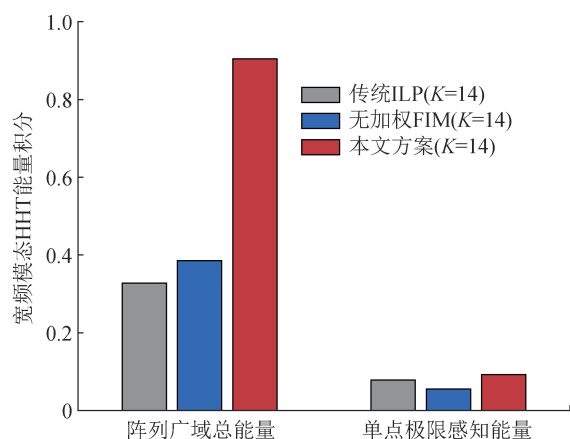


图7 基于EMD-HHT算法的宽频能量捕获性能对比

Fig. 7 Comparison of wideband energy capture performance based on the EMD-HHT algorithm

频域定量计算结果与表2数据高度印证:在同等 $K=14$ 的严格投资约束下,传统ILP方案虽被动捕获了部分暂态特征(阵列广域总能量积分仅为0.3280),但这证实了纯静态图论算法难以主动聚焦高危振荡波腹;常规无加权FIM方案虽具备动态感知框架,但监测资源严重分散于全谱段安全模态,导致其单台PMU最大感知能量(0.0550)甚至因过度平均化而低于ILP方案,其靶标高频总能量(0.3852)亦受到严重稀释。

相比之下,本文加权方案凭借对高危模态极具针对性的资源倾斜,精准锁定了宽频谐振的绝对波腹。其单台PMU最大感知能量达到0.0923,广域阵列总能量更是高达0.9049。频域积分的量化结果客观表明,本文方案在广域总能量捕获上达到了传统ILP算法的2.76倍,以及常规无加权FIM算法的2.35倍。这从能量守恒与时频积分的严密数学视角,切实证实了本文所提“阻尼倒数强偏置加权”选址模型在克服高频暂态信息衰耗、极大化提取宽频动态特征方面的显著优越性。

4.5 面向多运行工况的参数摄动鲁棒性验证

新型电力系统实际运行工况瞬息万变,构网型设备底层参数的时变漂移易导致宽频谐振“波腹”发生空间偏移。为检验配置方案的鲁棒性,针对15台VSG的控制参数(K_{pc} , K_{ic} , K_{pv} , K_{iv})同时注入 $\pm 30\%$ 的随机摄动,进行50次蒙特卡罗压力测试。重新求解每次摄动后的系统特征值与特征向量,记录两种方案在新工况下的最恶劣模态观测度,结果如图8所示。

统计数据表明,传统基于纯拓扑的ILP方案(灰色散点)在面临系统刚性参数大范围漂移时极度脆弱,其观测期望值长期徘徊在底噪红线附近。

值得深入探讨的是,在图8的散点分布中可以观

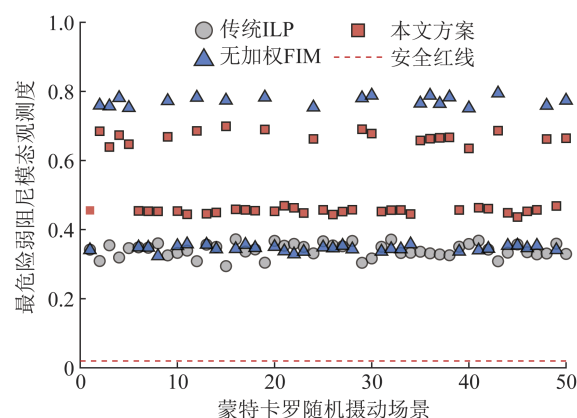


图8 计及50种参数不确定性工况的PMU观测鲁棒性对比

Fig. 8 Comparison of PMU observation robustness under 50 parameter uncertainty scenarios

察到一个符合稳健优化(robust optimization)规律的物理现象:在多数随机摄动场景下,由于无加权FIM方案(蓝色三角)追求全状态观测度的绝对最大化,其散点的整体重心似乎处于高位。然而,这种无差别均摊的松散感知策略导致其在面临极端参数漂移时,方差极大,部分蓝点甚至发生剧烈下坠。

相比之下,本文加权方案(红色方块)主动剥离了对绝对安全模态的冗余监测,将感知资源严格锚定于高危频段。从50次测试的整体分布来看,本文方案展现出了极强的底线防御能力。

参照IEEE C37.118.1同步相量测量标准^[41]中总矢量误差(total vector error, TVE)的典型测量底噪容限,本文设定有效分辨宽频信号的最低安全观测红线(阈值)为0.02。定量统计表明,在面临最致命弱阻尼模态的参数突变时,本文方案不仅将平均综合观测期望值稳定维持在0.5360的安全高位,更在极端参数摄动下实现了0次跌破安全红线的绝对可靠性(相较于基准方案展现出极低的分布方差)。这客观证明了:本文算法在宏观统计学意义上,舍弃了局部偶然的极值,为电网抗击未知致命高频振荡提供了最稳健的广域信噪比支撑。

4.6 算法时间复杂度与大电网规模化在线应用验证

从实际工程出发,为评估算法在超大规模电网中应对“维数灾”的底层计算优越性,并严格论证其在线应用潜力,本节在IEEE 118节点大规模系统中进行了定量的测速与参数拓展验证。

首先,针对惩罚系数 β 的Pareto灵敏度扫描测试(见图9)表明:当网络拓展为高度耦合的IEEE 118节点系统时,单台宽频能量平均捕获效率与PMU硬件数量的最佳折中拐点发生了明显偏移(由33节点系统的 $\beta = 0.4$ 偏移至 $\beta \approx 0.3$)。这一物理现象客观证实了,大邻接惩罚系数 β 并非跨拓扑通用的绝对常

数。在实际运行中,面对电网拓扑的动态重构或全新演化,必然需要重新执行参数空间的全域灵敏度扫描,这就对算法单次求解的绝对时效性提出了严苛挑战。

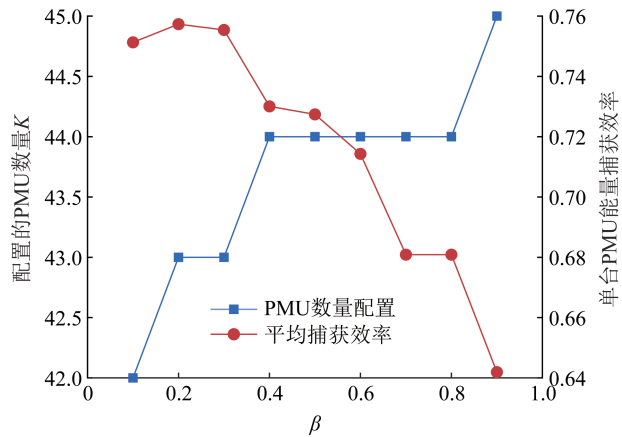


图 9 IEEE 118 节点系统下大邻接惩罚系数 β 的

Pareto 前沿分析

Fig. 9 Pareto front analysis of large adjacency penalty coefficient β in the IEEE 118-node system

为此,本文在绝对公平的单次寻优对比中进行了定量测速分析如表 3 所示。传统 ILP 算法因受制于 $\mathcal{O}(2^N)$ 的 NP-Hard 指数级特性,即使仅执行单一的静态拓扑覆盖求解,其单次耗时亦达到了 0.076 5 s。相比之下,本文改进的贪心启发式算法保持了 $\mathcal{O}(N^2)$ 的多项式时间复杂度优势,在承载了更为复杂的宽频动态寻优与大邻接空间惩罚计算的前提下,单次求解快速收敛于 0.014 8 s。

表 3 不同算法在 IEEE 118 大规模节点系统中的计算复杂度与耗时对比

Table 3 Comparison of computational complexity and time consumption among different algorithms in the large-scale IEEE 118-node system

算法名称	优化求解目标	算法时间复杂度	单次寻优耗时/s
传统 ILP 算法	单一静态拓扑覆盖	$\mathcal{O}(2^N)$ (指数级)	0.076 5
本文改进贪心算法	计及动态 β 惩罚选址	$\mathcal{O}(N^2)$ (多项式级)	0.014 8

测试结果表明,本文算法在纯底层算力上实现了对传统基准算法 5.2 倍的显著加速。这一毫秒级的快速收敛特征,打破了传统硬件选址仅能依赖“静态离线规划”的工程局限。在新型主动配电网频繁发生拓扑重构、故障隔离的复杂场景中,最佳宽频监测靶标与最优 β 取值会发生动态空间转移。本文算法 0.014 8 s 的底层计算效率,能够完美匹配现代电网毫秒级的运行节拍,为未来基于软件定义测量

(software-defined measurement)的广域 PMU 资源在线动态调度与感知防线实时重构,提供了充裕的算力裕度与工程应用潜力。

5 结 论

针对高比例构网型设备接入主动配电网引发的次同步宽频振荡问题,本文突破了传统量测规划仅追求静态拓扑满秩的理论局限,提出了一种计及宽频振荡模态能量加权的 PMU 优化配置方法。通过严密的非线性动力学建模、动态敏感度量化与多场景仿真验证,得出以下重要结论:

1)揭示了宽频振荡能量的“空间局域化”机理与传统选址理论的盲区失效本质。物理层面,由于网络高频滤波阻滞效应,宽频谐振能量在配电网空间分布极不均衡。传统基于纯拓扑的整数线性规划算法因预设节点信息同质化,极易将 PMU 误置于高频谐振的“波节”区域。即便系统实现了图论层面的完全可观测,仍将在动态监测中面临严重的暂态失明。

2)构建了兼顾频域风险与空间离散性的双重视角寻优算法。提出的阻尼倒数加权 FIM 评估体系,从底层物理意义上精准量化了多维模态的综合动态感知度;引入的大邻接空间冗余惩罚机制,依托其 $\mathcal{O}(N^2)$ 的多项式时间复杂度优势,完美支撑了面向不同电网拓扑的惩罚系数 β 自适应 Pareto 灵敏度扫描。该算法不仅在数学上严格实现了“波腹”深度感知与硬件投资约束的最佳平衡,其规避组合爆炸的毫秒级收敛特性,更为未来超大规模配电网传感资源的在线动态调度提供了坚实的算力保障。

3)实现了宽频能量捕获效能与参数鲁棒性的跨越式提升。定量验证表明,在同等硬件投资约束下(同为 $K=14$ 满秩配置),本文方案较传统 ILP 算法与常规无加权 FIM 算法,在宽频动态能量捕获总量与暂态极限信噪比上均实现了决定性领先。解析重构波形与 EMD-HHT 频域积分相互印证,证实了该方案有效打破了传统纯拓扑算法因无视能量分布而导致的“动态感知盲区”;而在 50 次参数大范围摄动的极端蒙特卡罗测试中,系统维持了零失效的绝对感知鲁棒性。

局限性与研究展望:本文在构建 PMU 配置框架时,假定各节点通信条件一致且仅采用单一类型量测终端。在未来的实际工程应用中,将进一步探究微型同步相量测量装置(μ PMU)与常规 SCADA 系统的多模态异构量测协同配置策略,并研究在超大规模复杂电网拓扑下的分布式自适应求解机制,以进一步降低投资成本并提升状态估计的全息感知精度。

利益冲突声明(Conflict of Interests):

所有作者声明不存在利益冲突。

作者贡献声明(Authors' Contributions):

黄贤达进行了实验研究并分析数据,完成论文撰写;王磊提出研究思路、研究方案和论文框架,指导论文修订;江伟建进行文献调研与整理,完成论文审核。所有作者均阅读并同意了论文终稿内容。

6 参考文献

- [1] 张智刚,康重庆.碳中和目标下构建新型电力系统的挑战与展望[J].中国电机工程学报,2022,42(8):2806-2818.
Zhang Zhigang, Kang Chongqing. Challenges and prospects for constructing the new-type power system towards a carbon neutrality future[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(8): 2806-2818.
- [2] 国家能源局.新型电力系统发展蓝皮书[R].北京:国家能源局,2023.
- [3] 严胜.电网结构形态演化分析方法研究及应用[D].南京:东南大学,2023.
Yan Sheng. Research and application of power grid structure evolution analysis method [D]. Nanjing: Southeast University, 2023.
- [4] 鲍红焉,刘吉成,刘子毅,等.考虑电氢混合储能容量配置的主动配电网双层优化模型[J].中国电力,2025,58(10):27-38.
Bao Hongyan, Liu Jicheng, Liu Ziyi, et al. A two-layer optimization model for active distribution networks considering electric-hydrogen hybrid energy storage capacity allocation [J]. Electric Power, 2025, 58(10): 27-38.
- [5] 张启亮,李开灿,孔维娜,等.基于分布鲁棒的主动配电网多时间尺度优化调度[J].山东电力技术,2025,52(10):34-45.
Zhang Qiliang, Li Kaican, Kong Weina, et al. Multi-time scale optimal dispatch of active distribution network based on distributionally robust optimization [J]. Shandong Electric Power, 2025, 52(10): 34-45.
- [6] 王家武,赵佃云,刘长峰,等.基于目标级联法的多主体主动配电网自治协同优化[J].中国电力,2024,57(7):214-226.
Wang Jiawu, Zhao Dianyun, Liu Changfeng, et al. Analytical target cascading based active distribution network level multi-agent autonomous collaborative optimization [J]. Electric Power, 2024, 57(7): 214-226.
- [7] 蒋春容,朱博汶,周旭峰,等.基于分布式光伏集群控制的主动配电网电压优化策略[J].电力工程技术,2025,44(3):188-200.
Jiang Chunrong, Zhu Bowen, Zhou Xufeng, et al. Voltage optimization strategy for active distribution network based on distributed photovoltaic cluster control [J]. Electric Power Engineering Technology, 2025, 44(3): 188-200.
- [8] 马浩然,袁至,王维庆,等.考虑数据中心和储能接入的主动配电网经济调度研究[J].发电技术,2025,46(4):748-757.
Ma Haoran, Yuan Zhi, Wang Weiqing, et al. Research on economic scheduling of active distribution networks with inclusion of data center and energy storage [J]. Power Generation Technology, 2025, 46(4): 748-757.
- [9] 焦昊,殷岩岩,吴晨,等.基于安全强化学习的主动配电网有功-无功协调优化调度[J].中国电力,2024,57(3):43-50.
Jiao Hao, Yin Yanyan, Wu Chen, et al. Coordinated optimization of active and reactive power of active distribution network based on safety reinforcement learning [J]. Electric Power, 2024, 57(3): 43-50.
- [10] 谭科,王志承,刘肇熙,等.考虑分布式储能的主动配电网需求侧管理机制与可靠优化方法[J].广东电力,2024,37(12):129-137.
Tan Ke, Wang Zhicheng, Liu Zhaoxi, et al. Demand side management mechanism and robust optimization method for active distribution networks considering distributed energy storage system [J]. Guangdong Electric Power, 2024, 37(12): 129-137.
- [11] 颜湘武,徐越,张辉,等.计及阻尼控制的受端电网换流器调频关键参数估测方法[J].电力建设,2026,47(4):1-15.
Yan Xiangwu, Xu Yue, Zhang Hui, et al. Key parameter estimation method for frequency modulation of receiving-end grid-forming converters considering damping control [J]. Electric Power Construction, 2026, 47(4): 1-15.
- [12] Yang C R, Huang L B, Xin H H, et al. Placing grid-forming converters to enhance small signal stability of PLL-integrated power systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(4): 3563-3573.
- [13] 孙华东,许涛,郭强,等.英国“8·9”大停电事故分析及对中国电网的启示[J].中国电机工程学报,2019,39(21):6183-6191.
Sun Huadong, Xu Tao, Guo Qiang, et al. Analysis on blackout in Great Britain power grid on August 9th, 2019 and its enlightenment to power grid in China [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(21): 6183-6191.
- [14] 马宁宁,谢小荣,贺静波,等.高比例新能源和电力电子设备电力系统的宽频振荡研究综述[J].中国电机工程学报,2020,40(15):4720-4731.
Ma Ningning, Xie Xiaorong, He Jingbo, et al. Review of wide-band oscillation in renewable and power electronics highly integrated power systems [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(15): 4720-4731.
- [15] 张瑶,邱伟,杨秋爽,等.基于复合本征噪声辅助分解的新型电力系统宽频振荡源定位[J].电力建设,2026,47(4):152-162.
Zhang Yao, Qiu Wei, Yang Qiushuang, et al. Wideband oscillation source localization of new power system based on compound intrinsic noise-assisted decomposition [J]. Electric Power Construction, 2026, 47(4): 152-162.
- [16] De La Ree J, Centeno V, Thorp J S, et al. Synchronized phasor measurement applications in power systems [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2010, 1(1): 20-27.
- [17] Phadke A G, Thorp J S. Synchronized phasor measurements and their applications [M]. Cham: Springer International Publishing, 2017.

- [18] Von Meier A, Stewart E, McEachern A, et al. Precision micro-synchrophasors for distribution systems: a summary of applications [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2017, 8(6): 2926-2936.
- [19] Gou B. Optimal placement of PMUs by integer linear programming [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23(3): 1525-1526.
- [20] Theodorakatos N P. Optimal phasor measurement unit placement for numerical observability using branch-and-bound and a binary-coded genetic algorithm [J]. Electric Power Components and Systems, 2019, 47(4/5): 357-371.
- [21] Ali A, Abdul Wahab N I, Othman M L, et al. Optimal μ -PMU placement and voltage estimation in distribution networks: evaluation through multiple case studies [J]. Sustainability, 2025, 17(24): 11036.
- [22] Gholami M, Abbaspour A, Fattaheian-Dehkordi S, et al. Optimal allocation of PMUs in active distribution network considering reliability of state estimation results [J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2020, 14(18): 3641-3651.
- [23] Tian S X, Zhu F, Shen J H, et al. Distributed state estimation of active distribution network considering mixed-frequency measurement data hierarchical encryption [J]. Applied Energy, 2025, 388: 125661.
- [24] Alghassab M A, Hatata A Y, Sokrana A H, et al. Optimal location of PMUs for full observability of power system using coronavirus herd immunity optimizer [J]. Heliyon, 2024, 10(11): e31832.
- [25] 晁婉萌, 刘灏, 毕天姝, 等. 考虑 $N-1$ 故障重构下的配电网 PMU 优化配置方法 [J]. 中国电机工程学报, 2026, 46(2): 569-581.
- Chao Wanmeng, Liu Hao, Bi Tianshu, et al. An optimal PMU allocation method for distribution networks under considering $N-1$ fault reconfiguration [J]. Proceedings of the CSEE, 2026, 46(2): 569-581.
- [26] 朱咏明, 何龙, 王清彬, 等. 基于灰狼优化算法的 PMU 配置模型 [J]. 电力设备管理, 2024(18): 202-204.
- Zhu Yongming, He Long, Wang Qingbin, et al. PMU configuration model based on grey wolf optimization algorithm [J]. Electric Power Equipment Management, 2024(18): 202-204.
- [27] 杭鲁庆, 刘敏. 基于改进鲸鱼优化算法的同步相量测量单元多目标优化配置 [J]. 现代电力, 2024, 41(4): 652-658.
- Hang Luqing, Liu Min. Multi-objective optimization configuration of synchronized phasor measurement units based on improved whale optimization algorithm [J]. Modern Electric Power, 2024, 41(4): 652-658.
- [28] 郑明忠, 张道农, 张小易, 等. 基于节点集合的 PMU 优化配置方法 [J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(13): 138-142.
- Zheng Mingzhong, Zhang Daonong, Zhang Xiaoyi, et al. PMU optimal placement based on node set [J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(13): 138-142.
- [29] Qi J J, Sun K, Kang W. Optimal PMU placement for power system dynamic state estimation by using empirical observability gramian [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(4): 2041-2054.
- [30] Huang T, Wu M, Xie L. Prioritization of PMU location and signal selection for monitoring critical power system oscillations [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 3919-3929.
- [31] Kasma M H, Taha A F. Revisiting the optimal PMU placement problem in multimachine power networks [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2025, 33(2): 493-511.
- [32] Dehghani M, Shayanfard B, Khayatian A R. PMU ranking based on singular value decomposition of dynamic stability matrix [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(3): 2263-2270.
- [33] Yaghmaei A, Yazdanpanah M J. Structure preserving observer design for port-Hamiltonian systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(3): 1214-1220.
- [34] Xygkis T, Korres G, Manousakis N M. Fisher information based meter placement in distribution grids via the D-optimal experimental design [C]//2017 IEEE Manchester PowerTech. IEEE, 2017: 1.
- [35] Schubert S, Sovljanski V, Spertino F, et al. Accurate parameter estimation on photovoltaic modules using fisher information matrix and D-optimal design [J]. IEEE Access, 2025, 13: 212378-212406.
- [36] Zhao J B, Gómez-Expósito A, Netto M, et al. Power system dynamic state estimation: motivations, definitions, methodologies, and future work [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(4): 3188-3198.
- [37] Abdolahi A, Taghizadegan N, Banaei M R, et al. A reliability-based optimal μ -PMU placement scheme for efficient observability enhancement of smart distribution grids under various contingencies [J]. IET Science, Measurement & Technology, 2021, 15(8): 663-680.
- [38] Hu Y, Bu S Q, Zhou B, et al. Impedance-based oscillatory stability analysis of high power electronics-penetrated power systems: a survey [J]. IEEE Access, 2019, 7: 120774-120787.
- [39] Nemhauser G L, Wolsey L A, Fisher M L. An analysis of approximations for maximizing submodular set functions: I [J]. Mathematical Programming, 1978, 14(1): 265-294.
- [40] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1998, 454(1971): 903-995.
- [41] IEEE Std C37.118.1-2011 IEEE standard for synchrophasor measurements for power systems [S]. New York: IEEE, 2011.

收稿日期: 2026-04-16 修回日期: 2026-05-01



黄贤达

作者简介:

黄贤达(2001),男,硕士研究生,通信作者,主要研究方向为 PMU 优化配置, E-mail: suephuangxianda@163.com;

王磊(1979),男,硕士,副教授,主要研究方向为电能质量及继电保护, E-mail: 6024249@qq.com;

江伟建(1978),男,硕士,工程师,主要从事继电保护技术管理工作。

(编辑 孙静琳)